1. [2014] [EXT-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calcule las matrices X e Y para las que se verifica: $X+Y = A$ y $3X+Y = B$.

b) Halle la matriz Z que verifica $B \cdot Z + B^t = 2I_2$.

2. [2014] [JUN-A] Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix}$, siendo a un número real cualquiera.

a) Obtenga la matriz A^{2014}.

b) Para a = 2, resuelva la ecuación matricial $A^3 \cdot X - 4B = O$.

3. [2013] [EXT-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Resuelva la ecuación matricial $(2A+B) \cdot X = 3A-B$.

b) Determine en cada caso la dimensión de la matriz D para que se puedan realizar las siguientes operaciones: $C \cdot D + A$, $C^t \cdot D \cdot C$, $D \cdot C^t$, $C \cdot D \cdot C^t$.

4. [2013] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Obtenga a y b sabiendo que $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. ¿Es A simétrica?

b) Para los valores a = 3 y b = 1 calcule la matriz X tal que $A \cdot B = 2\left(X - 3I_2\right)$.

5. [2012] [EXT-B] Una fábrica produce dos tipos de productos, A y B, que distribuye a tres clientes. En el mes de enero el primer cliente compró 9 unidades de A y 5 de B, el segundo cliente 3 de A y 7 de B, y el tercer cliente 4 de A y 6 de B. En el mes de febrero el primer cliente y el segundo duplicaron las compras del mes anterior, y el tercer cliente compró de cada producto una unidad más de las que compró en enero. En marzo el primer cliente no compró nada, y el segundo y el tercero compraron lo mismo que en febrero.

a) Para cada mes construya la matriz de dimensión 3x2 correspondiente a las compras de ese mes.

b) Calcule la matriz de compras del trimestre.

c) Si los precios de los productos A y B son, repectivamente, 80 y 100 euros, calcule lo que facturará la fábrica en el primer trimestre, por cada cliente y en total.

6. [2012] [JUN-B] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + A^t = I_2$.

b) ¿Qué requisitos mínimos debe cumplir una matriz B para que pueda efectuarse el producto $A \cdot B$?

c) ¿Y para el producto $3 \cdot B \cdot A$?

7. [2011] [EXT-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Efectúe si es posible, los siguientes productos: $A \cdot A^t$; $A^t \cdot A$; $A \cdot B$.

b) Resuelve la siguiente ecuación matricial: $A \cdot A^t \cdot X = B$.

8. [2011] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $A^2 - B \cdot C^t$.

b) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B = 2 \cdot C$.

9. [2010] [EXT-B] Sean las matrices $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}$.

a) Calcule, si es posible, P·Q y Q·P, razonando la respuesta.

b) ¿Cuánto deben valer las constantes a, b, c y d para que P·2Q = R?

10. [2010] [JUN-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $A^t \cdot B - A \cdot B^t$.

b) Resuelva la ecuación matricial AX + BA = B.

11. [2009] [EXT-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^2 y $2B+I_2$.

b) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - I_2 = 2B^2$.

12. [2009] [JUN-A] Sea la igualdad A·X+B = A, donde A, X y B son matrices cuadradas de la misma dimensión.

a) Despeje la matriz X en la igualdad anterior, sabiendo que A tiene inversa.

b) Obtenga la matriz X en la igualdad anterior, siendo: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

13. [2008] [EXT-A] a) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por: $\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

b) Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

14. [2008] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de a y b para que A·B = B·A.

b) Para a = 1 y b = 0, resuelva la ecuación matricial $X \cdot B - A = I_2$.

15. [2007] [EXT-B] a) Halle la matriz A que verifica: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$.

b) Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes:

$$x-3y+2z = 0 \quad ; \quad -2x+y-z = 0 \quad ; \quad x-8y+5z = 0$$

16. [2007] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

a) Determine la matriz inversa de A.

b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple: A·X = Y.

17. [2006] [EXT-B] El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y elcajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo quenos ha entregado el cajero.

18. [2006] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.

b) Igualmente para que $A-I_2 = B^{-1}$.

c) Determine x para que $A \cdot B = I_2$.

19. [2005] [EXT-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$.

a) Determine le valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad: $A \cdot B = B \cdot A$.

b) Obtenga la matriz C tal que $A^t \cdot C = I_2$.

20. [2005] [JUN-A] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule la matriz $C = B \cdot A - A^t B^t$.

b) Halle la matriz X que verifique $A \cdot B \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

21. [2004] [EXT-B] De una matriz se sabe que su segunda fila es $\begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$ y su segunda columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

22. [2004] [JUN-B] Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule la matriz P que verifica $B \cdot P - A = C^t$ (C^t indica traspuesta de C).

b) Determine la dimensión de la matriz M para que pueda efectuarse el producto $A \cdot M \cdot C$.

c) Determine la dimensión de la matriz N para que $C^t \cdot N$ sea una matriz cuadrada.

23. [2003] [EXT-A] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 0 & x+2 \end{pmatrix}$.

a) Halle los valores de X para los que se verifica $A^2 = 2A$.

b) Para $x = -1$ halle A^{-1}. Compruebe el resultado calculando $A \cdot A^{-1}$.

24. [2003] [JUN-B] Sean las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule la matriz $A = M \cdot M^t - 5M$ (M^t indica la traspuesta de M).

b) Calcule la matriz $B = M^{-1}$ y resuelva la ecuación $N + X \cdot M = M \cdot B$, donde X es una matriz 2x2.

25. [2002] [EXT-A] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de *m* para que dicha matriz tenga inversa.

b) Haciendo m = 4, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

26. [2002] [JUN-A] Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche

— Soluciones

1. a) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$, $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -21 \\ 11 & -5 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 5 & 25 \end{pmatrix}$ **2**. a) $\begin{pmatrix} 1 & 2014a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -16 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ **3**. a) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ b) 3x2; 2x2; mx3; 3x3 **4**. a) -1, 0; si b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ **5**. a) $\begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 18 & 10 \\ 6 & 14 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 14 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 27 & 15 \\ 15 & 35 \\ 14 & 20 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3660 \\ 4700 \\ 3120 \end{pmatrix}$, 11480 **6**. a) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ b) nº col. A = nº fil. B c) nº col. B = nº fil. A **7**. a) $AA^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $A^tA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **8**. a) $\begin{pmatrix} -8 & 7 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 7 & -30 & -13 \\ 3 & -13 & -6 \end{pmatrix}$ **9**. a) $PQ = \begin{pmatrix} 17 & 9 & 2b+5 \\ a & a & 5a \end{pmatrix}$ b) 5, $\frac{1}{2}$, 24, 18 **10**. a) $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -23 & -5 \end{pmatrix}$ **11**. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ b) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 26 & 17 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$ **12**. a) $X = A^{-1}(A-B)$ b) $\begin{pmatrix} -4 & 19 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ **13**. a) $\frac{2}{3}$, -2 b) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ **14**. a) 1, 4 b) $\begin{pmatrix} -11 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ **15**. a) $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ b) c.i. $\left(\frac{-k}{5}, \frac{3k}{5}, k\right)$ **16**. a) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ b) 3, 2, 3 **17**. 2, 1, 5 **18**. a) 1 b) 0 c) -1 **19**. a) 2 b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ **20**. a) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ -3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} \frac{-2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$ **21**. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ **22**. a) $\begin{pmatrix} 4 & -3 & \frac{-3}{2} \\ -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ b) 3x3 c) 3x2 **23**. a) 0 b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **24**. a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{-3}{2} \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$