



1. Expresa, utilizando logaritmos, las siguientes igualdades:

Definición y propiedades

1.  $4^3 = 64$       2.  $7^{-2} = \frac{1}{49}$       3.  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$       4.  $5^0 = 1$       5.  $2^{x+1} = 12$

2. Expresa, usando potencias, las siguientes igualdades:

1.  $\log_3 81 = 4$       2.  $\log_5 0.04 = -2$       3.  $x = \log_2 5$       4.  $x = \log_3 2 + 1$       5.  $y = \log_2 x + \log_2 3$

3. Halla, sin usar calculadora, los siguientes logaritmos:

1.  $\log_2 32$       2.  $\log_3 \frac{1}{27}$       3.  $\log_5 0.04$       4.  $\log_{\frac{2}{3}} 2.25$       5.  $\log \sqrt{0.1}$

4. Calcula el valor de x para que la igualdad sea cierta:

1.  $\log_x 64 = 6$       2.  $\log_x 9 = -2$       3.  $\log_x 4 = 4$       4.  $\log_2 x = 4$       5.  $\log_x 4 = 0.5$

5. Calcula el logaritmo de M y desarrolla por logaritmos:

1.  $M = 2x^2y$       2.  $M = \frac{2x^2}{3y}$       3.  $M = \sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}}$       4.  $M = \frac{2\sqrt{x+1}}{(y+1)^2}$       5.  $M = 2\left(\frac{2x^2y}{3z}\right)^3$

6. Halla el valor de M, siendo:

1.  $\log M = 2 \cdot \log x - 3 \cdot \log y$       2.  $\log M = \log x - \frac{\log y}{2} - 1$       3.  $\log M = \log x - \frac{\log y}{2} - \frac{2 \cdot \log z}{3}$

7. Comprueba, sin calculadora, si son ciertas las siguientes igualdades:

1.  $\log_a b \cdot \log_b a = 1$       2.  $\log_2 3 \cdot \log_3 4 = 2$       3.  $\log_4 x - \log_8 x = \log_2 \sqrt[6]{x}$

8. Reduce al máximo las siguientes expresiones:

1.  $2^{3 \cdot \log_4 x}$       2.  $\log_2 \sqrt{x} + \log_4 x$       3.  $\log_{\sqrt{x}} 4 - \log_x 4 - \log_{x^2} 4$

9. Halla, razonadamente, los valores de x que cumplen la igualdad:

1.  $4^{\log_2 x} = 3$       2.  $2^{\log_4 x} = 3$       3.  $4^{\log_2 x} = 2^{\log_2 x - 2}$       4.  $4^{\log_2 x} = 2^{2 - \log_4 x}$

10. Sabiendo que  $\log 2 = 0.301$  y  $\log 3 = 0.477$ , halla, sin usar calculadora:

1.  $\log 72$       2.  $\log 56.25$       3.  $\log \frac{0.125}{\sqrt{6}}$       4.  $\log \frac{20\sqrt{6}}{\sqrt[3]{30}}$

11. Sabiendo que  $\log x = 2.3$  y  $\log y = 3.2$ , calcula:

1.  $\log x^3 \sqrt{y}$       2.  $\log_x y - \log_y x$       3.  $\log_x 10 + \log_y 100$       4.  $\log_{x^2 y} \sqrt{10}$

12. Calcula, aplicando logaritmos:

1.  $\frac{0.5\sqrt{3}}{1.2}$       2.  $\sqrt{\frac{1.22}{0.3^3}}$       3.  $\frac{2100}{20\sqrt[3]{2.21}}$       4.  $\left(2.1\sqrt[3]{2.2\sqrt{2.3}}\right)^3$

13. Despeja x en la siguiente igualdad, usando logaritmos decimales si es necesario:

1.  $M = (y+1)^{x+1}$       2.  $M = \frac{2y^{2x-1}}{3} + 1$       3.  $M = \sqrt{(y^2-1)^{x-1}}$       4.  $\log x - \log y = \log (x-y)$

14. Halla el valor de x (aproximando a las centésimas), para los valores que se indican:



1.  $y = 2^{x+1}$  ;  $y = 0.5$

2.  $c = 2(a+2)^{2x}$  ;  $c = 5, a = 0.3$

3.  $y = \frac{2 \cdot x \cdot \sqrt{k}}{k-1}$  ;  $y = -2.3, k = 0.5$

15. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

Ecuaciones exponenciales

- |  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1. $2^{2x-3} = 8$  | 2. $3^{\frac{4-x}{3}} = 9$  | 3. $3^{x-1} - 9^{1-x} = 0$                                     | 4. $\frac{4^{2x+1}}{8^{2-x}} = 1$                                    |
| 5. $9x^2+x = 3^{x+1}$  | 6. $5^{x^2-x-2} - 1 = 0$  | 7. $\sqrt{2^{2x-3}} = 4^{x-1}$                                 | 8. $\sqrt{3^{x+2}} = \sqrt[3]{9^{2x-1}}$                             |
| 9. $\sqrt{2^x} \sqrt{2^{x+2}} \sqrt{2^{x-2}} = 4$                | 10. $\sqrt[3]{3^{x+1}} \sqrt{3^x} \sqrt[3]{3^{x+2}} = 3$            | 11. $3^{x-2} \sqrt{2} = x+1 \sqrt{4}$                          | 12. $x+1 \sqrt{4^{x+2}} = 2^{x-1} \sqrt{8^{x+2}}$                    |
| 13. $\sqrt{2} \sqrt{x+1} = \sqrt[3]{8^{x-2}}$                    | 14. $\sqrt[3]{2} \sqrt{x+3} = x+2 \sqrt{2^{3-x}}$                   | 15. $2^{x+1} = 5$  | 16. $2^{2x-1} = 3^{1-x}$   |
| 17. $2^{x^2-2} = 3^{x-1}$  | 18. $\sqrt{2^{x+2}} = x-1 \sqrt{3^x}$                               | 19. $2^{x+2} - 2^{x+1} - 2^x = 2^3$                            | 20. $3^x - 3^{x-1} - 3^{x-2} = 5$                                    |
| 21. $\frac{11}{3} - \frac{1}{3^{1-x}} + \frac{1}{3^{2-x}} = 3^x$ | 22. $\frac{1}{2^{1-x}} + \frac{1}{2^{2-x}} + \frac{5}{8} = 2^{x+1}$ | 23. $\frac{1}{5^{1-x}} - 4 \cdot 5^{x-2} = 5$                  | 24. $5 \cdot 2^{x-1} - \frac{3}{2^{1-x}} - \frac{3}{2^{2-x}} = 2$    |
| 25. $2^{2x-1} + 2^{2x-3} - 2^{x+1} = 2$                          | 26. $3 + 3^{2x+1} - 3^{x+2} = 3^x$                                  | 27. $5^{1+x} + 5^{1-x} = 26$                                   | 28. $2^{2-x} - 2^{1-x} = 4 + 2^{4+x}$                                |
| 29. $\frac{1}{2^{x-2}} - \frac{1}{2^{x-3}} = 2^x - 5$            | 30. $\frac{1}{5^{x-1}} = 5^x - 4$                                   | 31. $2^{x+4} - 2^{x+3} - 2^{x+2} = 4^{x+2}$                    | 32. $3^{2x+3} - 3^{x+2} = 1 - 9^{x+1}$                               |
| 33. $2 \cdot 3^{2x-1} + 3^{x+1} - 9^x = 1 - 3^{x-2}$             | 34. $\frac{3}{2^{1-x}} - 4^{x-1} = 1 - 5 \cdot 2^{x-3}$             | 35. $3^{2x+1} - 3^{x+1} - 2 \cdot 9^x = 1 - \frac{1}{3^{x-1}}$ | 36. $8^{x-1} - \frac{5}{4^{1-x}} + \frac{21}{2^{3-x}} = 1 + 4^{x-2}$ |
| 37. $5^{2x+1} - 4 \cdot 25^x + 25^{1-x} = 26$                    | 38. $2 \cdot 4^{x+1} + \frac{1}{2^{3-2x}} - \frac{1}{2^{1-4x}} = 2$ | 39. $x^2 2^x - x 2^{x+1} - 2^{x+3} = 0$                        | 40. $\frac{x^2}{2^{1-x}} - 3x 2^x + 2^{x+2} = 0$                     |
| 41. $2^{x+1} - 2^x - 2^{x-1} = 3$                                | 42. $3^x - \frac{2}{3^{1-x}} - \frac{1}{3^{2-x}} = 4$               | 43. $2 \cdot 3^{x-2} + 3^x - 9^{x-1} = 2$                      | 44. $3 \cdot 2^x + \frac{1}{3 \cdot 2^{1-x}} - 2^{2x-1} = 1$         |

16. Resuelve los siguientes sistemas exponenciales:

Sistemas exponenciales

- |  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 1. $\begin{cases} 2^{2x-y} = 8 \\ 3^{2x+y} = 3 \end{cases}$                                    | 2. $\begin{cases} 4^{2x-y} = 8 \\ 9^{x-2y} = 1 \end{cases}$  | 3. $\begin{cases} 8^{x+y+1} - 4^{y-x} = 0 \\ 9^{x+1} - 3^{x+y-1} = 0 \end{cases}$                  | 4. $\begin{cases} 2^{x+y-1} = 4^{2-x} \\ 3^{x-y} = 9^{2-x} \end{cases}$  |
| 5. $\begin{cases} 3^{x+y+1} = 9^{x-y-3} \\ 4^{x+y} = \sqrt{2^{2x+3y}} \end{cases}$             | 6. $\begin{cases} 3^{x-y} = \sqrt[3]{3^{x+1}} \\ 2^{x-2} = \sqrt[3]{4^{1-y}} \end{cases}$                      | 7. $\begin{cases} 2^{x-y} \sqrt{3} = x+2 \sqrt{9} \\ x+4 \sqrt{4} = 4^{y+1} \sqrt{8} \end{cases}$  | 8. $\begin{cases} \sqrt[4]{4^{x+1}} = \sqrt{2^{2y-1}} \\ x-1 \sqrt{3^{2x-1}} = y-1 \sqrt{9^{y-2}} \end{cases}$ |
| 9. $\begin{cases} 4^{x-1} = \sqrt{2^{y+2}} \\ x \sqrt{3^y} = 9^{x-2} \end{cases}$              | 10. $\begin{cases} 2^{x-y} \sqrt{3} = x+2 \sqrt{9} \\ 2^{x+1} \sqrt{2^{x+1}} = y+1 \sqrt{2^y} \end{cases}$     | 11. $\begin{cases} 3^y - 2^x = 1 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 5 \end{cases}$                             | 12. $\begin{cases} 2^{x+3} - 3^{y-1} = 1 \\ 2^{x+2} + 3^{y-2} = 3 \end{cases}$                                 |
| 13. $\begin{cases} 2^{x+3} + 2^{x+2} - 3^{y-1} = 0 \\ 3^y - 3^{y-2} - 2^{x+4} = 4 \end{cases}$ | 14. $\begin{cases} 2^{y+1} + 3 \cdot 2^y - 3^{x+3} = 1 \\ 3^{x+2} - 5 \cdot 3^{x+1} + 2^{y+1} = 2 \end{cases}$ | 15. $\begin{cases} \sqrt{2^x} - \sqrt{3^y} = 1 \\ \sqrt{2^{x-2}} - \sqrt{3^{y-2}} = 1 \end{cases}$ | 16. $\begin{cases} \sqrt{2^{x+1}} - \sqrt{3^{y-1}} = 1 \\ \sqrt{3^{y+1}} - \sqrt{2^{x+3}} = 1 \end{cases}$     |
| 17. $\begin{cases} 3^{y+1} - 2^{x+1} = 1 \\ 9^{y-1} - 4^{x-2} = 0 \end{cases}$                 | 18. $\begin{cases} 3^{y-1} - 2^{x+2} = 1 \\ 4^{x+1} - 5 \cdot 3^{y-2} = 1 \end{cases}$                         | 19. $\begin{cases} 2^y + 3^{x+1} - 9^x = 4 \\ 5 \cdot 3^x - 2^y - 9^x = 2 \end{cases}$             | 20. $\begin{cases} 2^{x+2} - 9^{y+1} = 7 \\ 2 \cdot 3^{y+2} - 4^x = 2 \end{cases}$                             |
| 21. $\begin{cases} 2^x = 3^y \\ x + y = 2 \end{cases}$   | 22. $\begin{cases} 2^{x+1} = 5^{y-1} \\ x + y = 1 \end{cases}$   | 23. $\begin{cases} 2^x - 3^y = 1 \\ 2^{x+3} - 3^{y+2} = 6 \end{cases}$                             | 24. $\begin{cases} 3^y + 3 \cdot 2^x = 3 \\ 2 \cdot 9^y - 9 \cdot 2^{2x+1} = 7 \end{cases}$                    |

17. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

Ecuaciones logarítmicas

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. $2 \cdot \log x - \log 4 = \log 9$                 | 2. $\log 2x + \log 2 = 2 \cdot \log x$   | 3. $2 \cdot \log x - \log 8 = \log \frac{x}{2}$                                   |
| 4. $5 \cdot \log x = 3 \cdot \log x + 2 \cdot \log 3$ | 5. $3 \cdot \log \frac{x}{2} + 2 \cdot \log \frac{x}{3} = 3 \cdot \log x - \log 8$ | 6. $3 \cdot \log x - 2 \cdot \log \frac{x}{3} = 2 \cdot \log 3 + 2 \cdot \log 2x$ |
| 7. $\log \frac{x}{5} + 1 = 2 \cdot \log x$            | 8. $2 \cdot \log 4x + \log \frac{x}{2} = 3$  | 9. $\log_2 \sqrt{x} - \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$                              |



10.  $\log \sqrt[3]{x} - \log 2 = \log \sqrt[3]{2} - \log \sqrt{2x}$     11.  $\log (2x+12) - \log (3x-2) = \log 2$     12.  $\log x - \log 2 = 2 \cdot \log (x-3)$   
 13.  $\log(x-1) + \log(x-2) - \log 3 = 2 \cdot \log(x-3)$     14.  $2 \cdot \log(x-1) - \log(x+2) = \log(x+1) - \log 2$     15.  $\log (5x+4) - \log 2 = \log \sqrt{x+4}$   
 16.  $\log (2x+14) - \log 2 = \log \sqrt{x+5} + \log 3$     17.  $\log \sqrt{3x-2} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$     18.  $\log \sqrt{3x+4} + \log \sqrt{5x+1} = 1 + \log 3$   
 19.  $\frac{\log(x^2-3)}{\log(x+3)} = 2$     20.  $\frac{\log(4-x^2)}{\log(2+x)} = 2$     21.  $\frac{\log 2 + \log(x+2)}{\log(x+1)} = 2$   
 22.  $\frac{1 + \log_2(x+6)}{\log_2(x+2)} = 2$     23.  $\frac{1 + 2 \cdot \log x}{\log x} - \log x = 2$     24.  $\log_2 \sqrt{x} - \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{\log_2 x}$   
 25.  $\log_2 x - \log_4 x = 1$     26.  $\log_2 x - \log_x 8 = 2$     27.  $\log_{2x} 16 - \log_x 2 = 0$   
 28.  $\log_x 4 + \log_{2x} 4 = 3$     29.  $\frac{3 \cdot \log x}{x} + \log \sqrt{x} = \log x^x$     30.  $\log_2 x^6 - 8 \cdot \log_{2x} x = \log_2 x^x$

18. Resuelve los siguientes sistemas logarítmicos:

Sistemas logarítmicos

1.  $\begin{cases} x + y = 8 \\ \log x - \log y = \log 3 \end{cases}$     2.  $\begin{cases} x + y = 6 \\ \log 2x - \log y = 1 \end{cases}$     3.  $\begin{cases} 4^{x-1} - 2^{y+1} = 0 \\ \log 5x - \log \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$     4.  $\begin{cases} 3^{1-x} - 9^{y-2} = 0 \\ \log_2 2x - \log_2 3y = 1 \end{cases}$   
 5.  $\begin{cases} x + y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$     6.  $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ \log 5x + \log y = 1 \end{cases}$     7.  $\begin{cases} 9^{x-6} - 3^{3-2y} = 0 \\ \log 2x + \log 4y = 2 \end{cases}$     8.  $\begin{cases} 8^{x-2} - 2^{1-3y} = 0 \\ \log_2 2x + \log_2 3y = 2 \end{cases}$   
 9.  $\begin{cases} 2(x^2+y) = 5(3x-4) \\ \log_2 y = 2(\log_2 x - 1) \end{cases}$     10.  $\begin{cases} 6x - x^2 - y = 3 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$     11.  $\begin{cases} y - \log_2 x = 1 \\ \log_2 x^3 - y = 1 \end{cases}$     12.  $\begin{cases} \log_2 x + y = 3 \\ \log_2 x^3 + y^2 = 7 \end{cases}$   
 13.  $\begin{cases} \log 2x + \log 5x = 2 \\ \log 4x - \log y = 1 \end{cases}$     14.  $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 3 \\ \log_2 8x - \log_2 2y = 1 \end{cases}$     15.  $\begin{cases} \log x^2 + \log y^3 = 2 \\ \log x^3 - \log y^2 = 3 \end{cases}$     16.  $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 3 \\ \log_2 x^2 - \log_2 y^3 = 1 \end{cases}$   
 17.  $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 2 \\ \log_4 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$     18.  $\begin{cases} \log_3 x^3 - \log_2 y^2 = 1 \\ \log_9 x + \log_4 y = 1 \end{cases}$     19.  $\begin{cases} \log_x 4 + \log_y 2 = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$     20.  $\begin{cases} \log_4 x + \log_9 y = 1 \\ \log_x 4 - \log_y 3 = 1 \end{cases}$

— Soluciones —

- 1.1.  $\log_4 64 = 3$     1.2.  $\log_{7/49} \frac{1}{-2} = -2$     1.3.  $\log_{1/16} \frac{1}{4} = 4$     1.4.  $\log_5 1 = 0$     1.5.  $\log_2 12 = x+1$     2.1.  $3^4 = 81$     2.2.  $5^{-2} = 0.04$     2.3.  $2^x = 5$     2.4.  $3^{x-1} = 2$     2.5.  $2^y = 3x$   
 3.1. 5    3.2. -3    3.3. -2    3.4. -2    3.5.  $-\frac{1}{2}$     4.1. 2    4.2.  $\frac{1}{3}$     4.3.  $\sqrt{2}$     4.4. 16    4.5. 2    5.1.  $\log M = \log 2 + 2 \log x + \log y$     5.2.  $\log M = \log 2 + 2 \log x - \log 3 - \log y$     5.3.  $\log M = \frac{\log 3 + \log x - 2 \log y}{3}$     5.4.  $\log M = \log 2 + \frac{\log(x+1)}{2} - 2 \log(y+1)$     5.5.  $\log M = 4 \log 2 + 6 \log x + 3 \log y - 3 \log z$     6.1.  $\frac{x^2}{y^3}$     6.2.  $\frac{x}{10\sqrt{y}}$     6.3.  $\frac{x\sqrt[3]{z^2}}{\sqrt{y}}$     8.1.  $x\sqrt{x}$     8.2.  $\log_2 x$     8.3.  $\log_x 2$   
 9.1.  $\sqrt{3}$     9.2. 9    9.3. 2    9.4.  $\sqrt[5]{4}$     10.1. 1.857    10.2. 1.75    10.3. -1.292    10.4. 1.198    11.1. 8.5    11.2. 0.673    11.3. -0.19    11.4. 0.064    12.1. 0.722  
 12.2. 6.722    12.3. 80.611    12.4. 9.847    13.1.  $\frac{\log M}{\log(y+1)} - 1$     13.2.  $\frac{\log^3(M+1)}{2 \log y}$     13.3.  $\frac{2 \log M}{\log(y^2-1)} + 1$     13.4.  $\frac{y^2}{y-1}$     14.1. -2    14.2. 0.55    14.3. 3.25    15.1. 3  
 15.2. -2    15.3. 1    15.4. 4    15.5.  $-\frac{1}{2}$     15.6. -1, 2    15.7.  $\frac{1}{2}$     15.8. 2    15.9. 2    15.10. 1    15.11. 1    15.12. -2, 5    15.13. 3    15.14. 1    15.15. 1.32    15.16. 0.72  
 15.17. -0.23, 1.81    15.18. -0.70, 2.87    15.19. 3    15.20. 2    15.21. 1    15.22. -1    15.23. 3    15.24. 3    15.25. 2    15.26. -1, 1    15.27. -1, 1    15.28. -2  
 15.29. 0, 2    15.30. 1    15.31. -2    15.32. -1    15.33. -1, 2    15.34. -1, 3    15.35. 0, 1    15.36. -1, 1, 3    15.37. 0, 1    15.38. -1, 2    15.39. -2, 4    15.40. 2, 4  
 15.41. 2.58    15.42. 2.63    15.43. 0.63    15.44. -1.58, 2.58    16.1. (1,-1)    16.2.  $(1, \frac{1}{2})$     16.3. (-1,2)    16.4.  $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$     16.5. (1,-2)    16.6. (2,1)    16.7. (2,2)    16.8. (2,-1)  
 16.9. (1,-2), (3,6)    16.10. (1,2),  $(-2, \frac{1}{2})$     16.11. (3,2)    16.12. (-1,2)    16.13. (-2,2)    16.14. (-1,1)    16.15. (4,2)    16.16. (3,3)    16.17. (2,1)    16.18. (1,3)  
 16.19. (0,1), (1,2)    16.20. (1,-1), (2,0)    16.21.  $(\log_6 9, \log_6 4)$     16.22.  $(-\log_2, \log_2 0)$     16.23.  $(\log_2 3, \log_2 2)$     16.24.  $(-\log_2 3, \log_2 2)$     17.1. 6    17.2. 4    17.3. 4  
 17.4. 3    17.5. 3    17.6.  $\frac{1}{4}$     17.7. 2    17.8. 5    17.9. 4    17.10. 2    17.11. 4    17.12.  $\frac{9}{2}$     17.13. 5    17.14. 7    17.15. 0    17.16. -1, -4    17.17. 2    17.18. 7  
 17.19.  $-\frac{5}{3}$     17.20. 0    17.21.  $\sqrt{3}$     17.22. 2    17.23.  $\frac{1}{10}, 10$     17.24.  $\frac{1}{2}, 4$     17.25. 4    17.26.  $\frac{1}{2}, 8$     17.27.  $\sqrt[3]{2}$     17.28. 2,  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$     17.29. 1, 2    17.30. 1, 2, 4    18.1. (6,2)  
 18.2. (5,1)    18.3. (3,3)    18.4. (3,1)    18.5. (5,2), (2,5)    18.6. (1,2),  $(4, \frac{1}{2})$     18.7.  $(\frac{5}{2}, 5), (5, \frac{5}{2})$     18.8.  $(\frac{1}{3}, 2), (2, \frac{1}{3})$     18.9. (2,1), (4,4)    18.10. (2,5), (5,2)  
 18.11. (2,2)    18.12. (2,2), (4,1)    18.13. (5,2)    18.14. (2,4)    18.15. (10,1)    18.16. (4,2)    18.17. (4,1)    18.18. (3,2)    18.19.  $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$     18.20. (2,3),  $(16, \frac{1}{9})$